



CALCULER NUMERIQUEMENT ET ALGEBRIQUEMENT

1. Calcul littéral

1.1 Compléter les égalités données.

$$\begin{array}{ll} a. (x+5)^2 = x^2 + \dots + \dots & b. (x+\dots)^2 = \dots + 8x + \dots \\ c. 4x^2 - 12x + 9 = (\dots - 3)^2 & d. x^2 - 9 = (\dots + \dots)(\dots - \dots) \end{array}$$

1.2 Compléter les égalités données.

$$\begin{array}{ll} a. \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = x^2 + \dots + \dots & b. (x+\dots)^2 = \dots + 7x + \dots \\ c. x^2 + 4x + 5 = (\dots + 2)^2 + \dots & d. (x-1)^2 - 9 = (\dots + \dots)(\dots - \dots) \end{array}$$

1.3 Factoriser chacune des expressions suivantes.

$$\begin{array}{ll} A = 6x^2 - 5x & B = x^3 - 5x^2 + 7x \\ C = x^2 - 36 & D = 9x^2 - 25 \\ E = 9x - 18 & F = (-2x+1)^2 - 4 \\ G = (x-2)^2 - 49 & H = 7 - (x+1)^2 \\ I = 16x^2 - 24x + 9 & J = (3x+1)^2 - (x-7)^2 \end{array}$$

2. Calculer avec des racines carrées

2.1 Simplifier au maximum l'écriture des nombres :

$$A = \sqrt{169} \quad B = \sqrt{900} \quad C = \sqrt{324} \quad D = \sqrt{10^6}$$

2.2 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec $a \in \mathbb{Q}$ et $b \in \mathbb{Q}$ sous forme de fractions irréductibles :

$$E = \sqrt{12} \quad F = \sqrt{72} \quad G = \sqrt{44} \quad H = \sqrt{\frac{12}{49}}$$

2.3 Simplifier les écritures fractionnaires suivantes :

$$I = \frac{-12 + \sqrt{36}}{6} \quad J = \frac{6 - \sqrt{27}}{3} \quad K = \frac{2 + \sqrt{12}}{2}$$

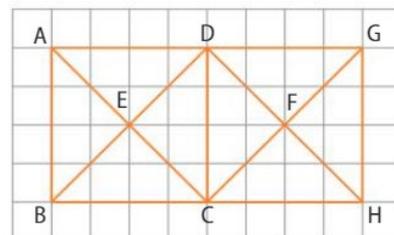


VECTEURS ET DROITES

1. Utiliser le calcul vectoriel

1.1 On considère deux carrés ABCD et DCHG de centre E et F.

- Citer tous les vecteurs égaux à \overrightarrow{DF} .
- Citer le vecteur d'extrémité C égal à \overrightarrow{DG} .
- Déterminer $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$



1.2 a. Reproduire le triangle ABC ci-contre et placer les points D, E et F tels que :

$$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB}$$

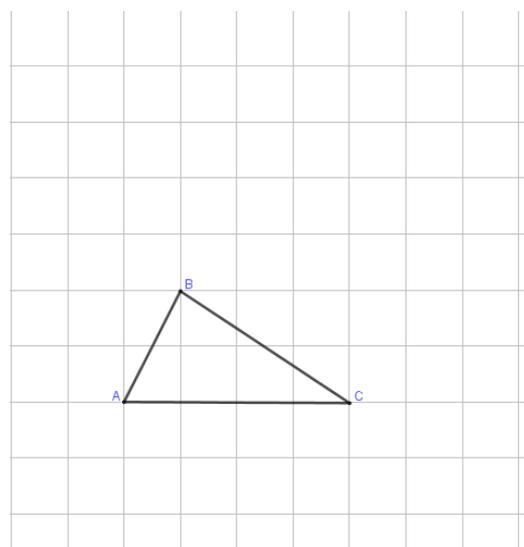
$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AF} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$$

b. Montrer que $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

c. Montrer que $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

d. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{DE} et \overrightarrow{FE} sont colinéaires. Que peut-on en déduire pour les points D, E et F ?



1.3 Utiliser la relation de Chasles

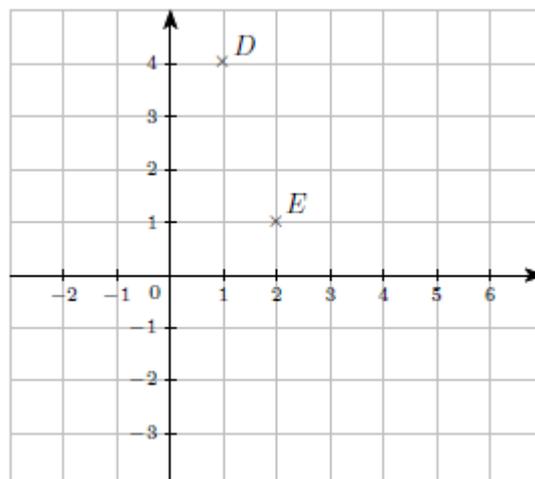
1. Simplifier les écritures suivantes en utilisant la relation de Chasles.

a. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ b. $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$ c. $\vec{w} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$

2. Démontrer que pour tous points O, A, B et C on a $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

2. Calculer dans un repère du plan

2.1 Dans un le repère (O ; I ; J) ci-contre, on considère les points $E(2 ; 1)$ et $D(1 ; 4)$.



1. a. Placer le point F tel que $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
- b. Placer point G tel que $\overrightarrow{EG} \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$
- c. Lire les coordonnées du vecteur \overrightarrow{ED} .

2. On considère le point H tel que $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$.

- a. Placer le point H .
- b. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{EH} .

2.2 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points $A(-2 ; 0)$, $B(1 ; 1)$ et $C(0 ; 4)$.

- a. Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC} .
- b. Quel est la nature du triangle ABC ?
- c. Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

2.3 Utilisation du déterminant

1) Dans chaque cas, dire si les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et justifier.

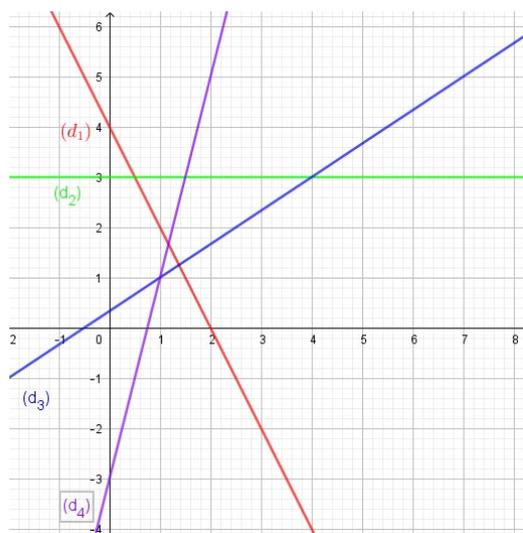
- a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ c) $\vec{u} \begin{pmatrix} \sqrt{5}-1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -4 \\ \sqrt{5}+1 \end{pmatrix}$

2) Soit x un réel et $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1+x \\ 2x \end{pmatrix}$. Sofia a trouvé un réel x tel que les vecteurs \vec{u} et \vec{v} soient colinéaires. A-t-elle raison ? Si oui, quel est ce réel ?

3. Equations cartésiennes de droites

3.1 Vecteurs directeurs :

On se place dans un repère orthonormé du plan. Déterminer par lecture graphique les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des droites représentées ci-contre.



3.2 Vecteurs directeurs bis :

On se place dans un repère orthonormé du plan. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de chacune des droites dont une équation est donnée ci-dessous :

$$d_1 : -x + 2y + 1 = 0$$

$$d_2 : 2x - 4y + 3 = 0$$

$$d_3 : 2x + y - 1 = 0$$

$$d_4 : -4x + 8y + 3 = 0$$

Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses en justifiant.

- a. d_1 et d_2 sont parallèles b. d_2 et d_4 sont confondues c. d_1 et d_3 sont sécantes

3.3 Equations de droites

$A(-3 ; 6)$, $B(1 ; -2)$ et $C(2 ; -4)$ sont des points du plan muni d'un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1. Déterminer une équation de la droite (AB) .

2. En déduire que les points A, B et C sont alignés.

3. (d) est la droite d'équation $3x + 4y - 1 = 0$.

a. Démontrer que la droite (d) est sécante à (AB) . On pourra montrer que ces droites ne sont pas parallèles.

b. Calculer les coordonnées du point d'intersection de (d) et (AB) .

3.4 Droites parallèles

Trouver une équation de la droite d qui passe par A et qui est parallèle à la droite Δ :

1. $A(0 ; -1)$ et $\Delta : y = x + 3$ 2. $A(1 ; 2)$ et $\Delta : 2x + 3y - 7 = 0$

3.5 Résolution de systèmes

Résoudre chaque système linéaire d'équations, puis interpréter graphiquement le résultat obtenu :

$$a. \begin{cases} y = 4x - 5 \\ y = -3x + 2 \end{cases}$$

$$b. \begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 6x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$c. \begin{cases} x - \frac{1}{3}y = 3 \\ -3x + y = 1 \end{cases}$$



FONCTIONS DE REFERENCE

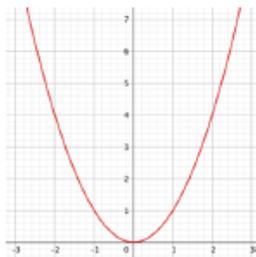
La fonction « carré » $x \mapsto x^2$

Elle est définie sur $] -\infty ; +\infty[$.

Sa courbe est une parabole.

C'est une fonction paire.

Elle est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘ 0 ↗		

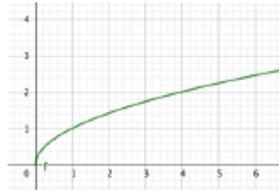
Tableau de signe :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		+	+

La fonction « racine carrée » $x \mapsto \sqrt{x}$

Elle est définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

Elle est croissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.



x	0	$+\infty$
$f(x)$	↗	

Tableau de signe :

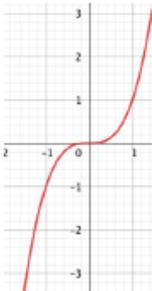
x	0	$+\infty$
$f(x)$	0	+

La fonction « cube » $x \mapsto x^3$

Elle est définie sur $] -\infty ; +\infty[$

C'est une fonction impaire.

Variations : Elle est croissante sur $] -\infty ; +\infty[$.



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↗		

Tableau de signe :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

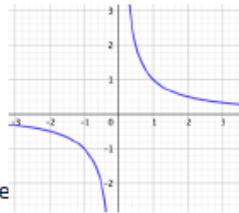
La fonction « inverse » $x \mapsto \frac{1}{x}$

Elle est définie sur $] -\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$.

La courbe est une hyperbole.

C'est une fonction impaire.

Variations : elle est décroissante décroissante sur $]0 ; +\infty[$.



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	↘		↘

Tableau de signe :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	-		+

Si $0 \leq a < b$, alors $a^2 < b^2$ et si $a < b \leq 0$, alors $a^2 > b^2$.

Pour tous a et b dans $[0 ; +\infty[$ on a $\sqrt{a} < \sqrt{b} \Leftrightarrow a < b$.

Pour tous nombres réels a et b , $a^3 < b^3$ si et seulement si $a < b$.

Pour tous nombres réels a et b de même signe : $a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Exercice 1.1 : Comparaisons de nombres

1) Comparer lorsque c'est possible, sans calculatrice, et en justifiant :

- a) $1,54^2$ et $2,08^2$ b) $(-0,96)^2$ et $(-0,8)^2$ c) $0,2^2$ et $(-0,3)^2$

2) a) À l'aide de la courbe de la fonction carré, donner un encadrement de x^2 pour tout réel x tel que $2 \leq x \leq 4$. Comment peut-on justifier ce résultat ?

b) En suivant la même démarche, donner un encadrement de x^2

i) pour tout réel x tel que $-3 \leq x \leq -0,5$

ii) pour tout réel x tel que $-3 \leq x \leq 2$.

Exercice 1.2 : Comparaison d'inverses et de racines carrées

1. Dire à quel ensemble appartient $\frac{1}{x}$ dans les trois cas suivants :

a. $\frac{2}{5} < x < \frac{5}{4}$ b. $-\frac{3}{4} \leq x < -\frac{1}{2}$ c. $-2 < x < 1$

2. Dans chacun des cas suivants, donner le meilleur encadrement possible de \sqrt{x} en justifiant :

a. $0 \leq x \leq 4$ b. $9 \leq x \leq 25$ c. $0,25 \leq x \leq 6,25$ d. $\frac{1}{100} \leq x \leq 1$

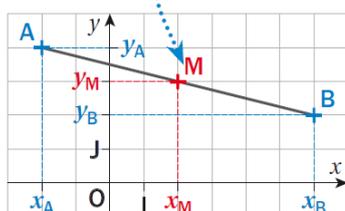


GEOMETRIE DANS LE PLAN

► Coordonnées du milieu M d'un segment [AB]

(O, I, J) repère orthogonal.

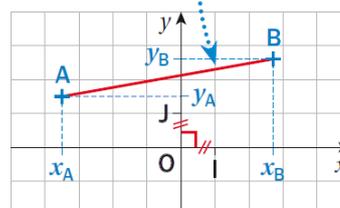
$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$



► Distance entre deux points A et B

(O, I, J) repère orthonormé.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$



Exercice 2.1 : Avec des distances

1. Dans un repère orthonormé (O, I, J), d'unité 1 cm, les coordonnées des points R, S, T sont R (-2 ; 2), S (3 ; 3) et T (4 ; -2).

a. Tracer la figure.

b. Le triangle RST est-il rectangle ? Détailler les calculs et justifier.

2. Dans un repère orthonormé (O, I, J), d'unité 1 cm, les coordonnées des points A, B, C, D sont : A (-2 ; 2), B (3 ; 1), C (-2 ; -3), D (-6 ; -2).

1. Tracer la figure.

2. Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ? Détailler les calculs et justifier (deux calculs suffisent pour répondre).

Exercice 2.2 : Milieu d'un segment

1. Dans un repère (O, I, J) les coordonnées des points A et B sont : A (5 ; 1), B (-1 ; 3).

a. Tracer la figure.

b. Calculer les coordonnées du point K milieu du segment [AB].

c. Vérifier sur la figure.

2. Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On fera une figure complète.

1. Placer les points A (-3 ; 3), B(0 ; $\frac{5}{2}$), C (1 ; -1) et D (-2 ; $-\frac{1}{2}$).

2. Démontrer que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.

3. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

4. Calculer les coordonnées du symétrique E du point A par rapport au point C.

Exercice 2.3 : Problème de synthèse

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J)

1) On considère les points A(-2 ; 3), B(4 ; 7) et C(6 ; 4).

a. Déterminer la nature du triangle ABC et donner la valeur exacte de son périmètre et de son aire.

b. Donner les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit à ABC.

2) On donne D(3 ; 1), E(-1 ; -3) et F(2 ; -2). Démontrez que le quadrilatère ODFE est un losange.

3) On donne les points P(-3 ; 2), Q(4 ; 3), R(6 ; -3) et S(-1 ; -4). Démontrez que PQRS est un parallélogramme dont on précisera les coordonnées du point d'intersection de ses diagonales.



Pourcentages

1. Pourcentages

- Calculer un pourcentage p d'une valeur c'est multiplier cette valeur par $\frac{p}{100}$
- Une augmentation de $p\%$ se traduit par une multiplication par $(1 + \frac{p}{100})$
- Une diminution de $p\%$ se traduit par une multiplication par $(1 - \frac{p}{100})$

Exercice 1.1 : Compléter les tableaux suivants

Pourcentage d'évolution	Coefficient multiplicateur
+5 %	
-15 %	
+45 %	
-12 %	
	1,12
	0,84
-51 %	
	1,84
+1,2 %	
-0,5 %	

Pourcentage d'évolution	Coefficient multiplicateur
+21 %	
-24 %	
	0,45
	0,74
	1,08
	1,84
-0,1 %	
+2,12 %	
	0,69
	1,102

Exercice 1.2

- 1) Le prix d'un article coûtant 120 € a été augmenté de 10%. Combien coûte cet article ?
- 2) Si on l'augmente une seconde fois de 10%, quel sera le prix de l'article ?
- 3) Quel serait le prix après une augmentation unique de 20% ?

Exercice 1.3

- 1) Un particulier dispose d'une somme de 1200 €. Il augmente les trois-quarts de cette somme de 6% et diminue le reste de 8%.

Indiquer si le capital global a augmenté ou diminué, et de quel pourcentage.

- 2) Le prix d'un article augmente de 25%, puis de 4% .Quel est le pourcentage global d'augmentation ?
- 3) Après une hausse de 5% un article coûte 420 €. Quel était son prix initial ?
- 4) Le prix d'un article passe de 500€ à 720€
 - a) Calculer le pourcentage d'augmentation.
 - b) Quel pourcentage d'augmentation faudrait-il appliquer deux fois de suite à ce prix pour obtenir une augmentation globale de 44% ?



VARIATIONS DE FONCTIONS

1. Définitions

f est dite **croissante** sur I lorsque :

pour tous nombres réels a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) \leq f(b)$.

f est dite **décroissante** sur I lorsque :

pour tous nombres réels a et b de I tels que $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$.

Le tableau de variation d'une fonction f sur son ensemble de définition est un tableau dans lequel figurent :

- l'ensemble de définition de f ;
- une flèche ou une succession de flèches indiquant si la fonction est strictement croissante, strictement décroissante et sur quel intervalle ;
- certaines images aux extrémités des flèches lorsqu'on les connaît.

Exercice 1.1 : Lire un tableau de variation

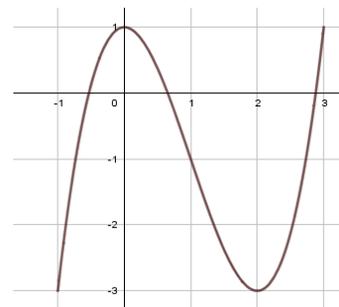
Des erreurs se sont glissées dans les tableaux de variations suivants. Les corriger.

x	-4	5	3
Variations de f		↗ 4 ↘	
	-1		2

x	-3	1	4	10
Variations de f		↗ -4 ↘		
	0		-1	5

Exercice 1.2 : Construire / exploiter un tableau de variation

1. Avec la précision permise par le graphique, dresser le tableau de variation complet de la fonction h représentée graphiquement ci-contre sur son ensemble de définition.



2. Voici le tableau de variation d'une fonction g . Dessiner une courbe possible représentant cette fonction g .

x	-3	-1	0	4
Variations de g		↘ -3 ↗		
	0		2	1

Exercice 1.3 : Appliquer une définition

f est une fonction décroissante sur l'intervalle $[-3 ; 5]$.

Arthur affirme que $f(-2) < f(4)$. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 1.4 : Lire un tableau de variation

Par lecture du tableau de variation ci-dessous, répondre par vrai ou faux et corriger l'affirmation lorsque c'est faux.

x	-3	0	2	4
Variations de f	1	-4	0	-3

- 1) L'image de -3 par f est 4.
- 2) La fonction f est décroissante sur $[-3 ; 0]$
- 3) Le minimum de f sur $[-3 ; 4]$ est -3.
- 4) Pour tout nombre x appartenant à l'intervalle $[0 ; 4]$, $f(x) \leq 0$.
- 5) La fonction f est monotone sur $[-3 ; 2]$.
- 6) L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution.
- 7) $f(-2) \geq f(-0,75)$
- 8) $f(1) \leq f(2)$

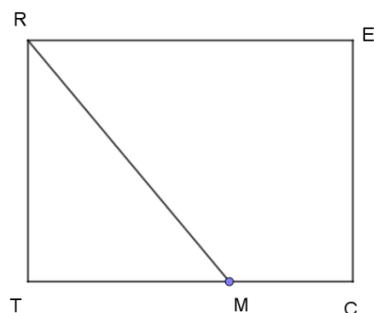
Exercice 1.5 : Problème de géométrie

$RECT$ est un rectangle tel que $RE = 8$ cm et $EC = 6$ cm.

Un point M se déplace de E vers T sur les côtés $[EC]$ et $[CT]$ du rectangle.

La figure ci-dessous a été réalisée pour une position particulière de M sur son trajet.

(La figure n'est pas à l'échelle).



On note x la distance parcourue par le point M depuis le point de départ E .

On note $f(x)$ la distance RM lorsque le point M a parcouru une distance x depuis le point E .

On définit ainsi une fonction f .

VERSION 1 (sans aide)

Dresser le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

VERSION 2 (avec aide)

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Que vaut $f(0)$?
3. Calculer l'image par f de 6.
4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f .



PROBABILITES

2. Loi de probabilité

Définition : On considère une expérience aléatoire qui possède un nombre fini d'issues. Définir une loi de probabilité sur l'univers associé à cette expérience, c'est donner un tableau associant à chaque issue x_i un nombre p_i positif ou nul et inférieur à 1 tel que la somme des p_i soit égale à 1. Ces p_i sont appelées les probabilités des issues ou encore probabilités élémentaires.

Exemple Dans le lancer d'un dé équilibré à 6 faces, on peut proposer comme loi de probabilité :

Issues x_i	1	2	3	4	5	6
Probabilités p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Calcul de probabilités

Définition Une loi de probabilité étant définie sur un univers E, la probabilité d'un événement A est la somme des probabilités des issues qui réalisent A.

Remarque $P(\emptyset)=0$, $P(E)=1$ et $P(A)$ est compris entre 0 et 1.

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent A}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

Formules

Une loi de probabilité ayant été choisie sur un univers E, pour tous événements A et B, on a les égalités suivantes :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Remarque

Si A et B sont incompatibles, cette dernière égalité devient $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ car $P(A \cap B) = 0$.

Exercice 2.1 : Avec un diagramme

Un lycée propose deux options facultatives à ses 300 élèves de seconde : l'option A et l'option B.

Chaque élève peut prendre une seule option, les deux options ou ni l'une ni l'autre.

80 élèves ont choisi l'option A, 180 ont choisi l'option B et 20 ont choisi les deux options.

On représente la situation à l'aide du diagramme ci-contre (appelé diagramme de Venn).

1. Déterminer les valeurs manquantes dans ce diagramme en indiquant ce qu'elles signifient.

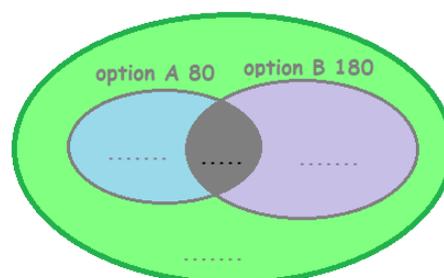
2. On choisit au hasard un élève de seconde.

a) Quelle est la probabilité pour que cet élève ait choisi l'option A ?

b) Quelle est la probabilité pour que cet élève ait choisi les deux options ?

c) Quelle est la probabilité pour que cet élève ait choisi au moins une des deux options ?

3. Calculer $P(A)+P(B)$. Retrouve-t-on le résultat de la question 2.c ? Expliquer.



Exercice 2.2 : Avec un tableau

Un club sportif comporte 50 membres actifs dont 40% de femmes. Trois activités sont proposées à ses membres : cyclisme, natation et judo. Une seule activité est pratiquée par chaque personne du club. 10 hommes et 5 femmes pratiquent le cyclisme ; 8 femmes font de la natation et 12 hommes pratiquent le judo.

1. Quel calcul permet de déterminer le nombre de femmes dans ce club ?
2. Compléter le tableau à double entrée suivant représentant la situation :

	Judo J	Natation N	Cyclisme C	Total
Homme H				
Femme \bar{H}				20
Total				50

3. On choisit un membre au hasard dans l'ensemble du club.
Déterminer la probabilité des événements suivants : $H, \bar{H} \cap N, J \cup H$.

Exercice 2.3 : Avec un arbre

On place trois lettres R, V et N dans un sac. On tire une première lettre qu'on écrit, on la remet dans le sac. On tire une seconde fois, on note la lettre obtenue qui est replacée dans le sac et on effectue de même un troisième tirage. On considère le mot de trois lettres ainsi formé.

1. Réaliser un arbre représentant la situation.
2. Calculer la probabilité que le mot soit VNR.
3. Calculer la probabilité que le mot possède la lettre V en deuxième position.
4. Calculer la probabilité que le mot contienne la lettre R

Exercice 2.4 : Le digicode

Le code d'entrée d'un garage à vélo est obtenu en appuyant deux fois sur le digicode ci-contre.



1. Reproduire et compléter l'arbre de dénombrement ci-contre.

2. On choisit un code au hasard.
Déterminer la probabilité des événements :
V : « Le code contient une même lettre répétée » ;
L : « Le code ne contient pas la lettre A »

